

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

PHẠM NGỌC THÀNH

TÍCH NGOÀI CỦA BA VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN
VÀ ỨNG DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN, NĂM 2020

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

PHẠM NGỌC THÀNH

TÍCH NGOÀI CỦA BA VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN
VÀ ỨNG DỤNG

Chuyên ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP
Mã số: 60.46.01.13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:
PGS.TS TRỊNH THANH HẢI

THÁI NGUYÊN, NĂM 2020

Mục lục

Mục lục	i
Danh mục các ký hiệu, các chữ viết tắt	iv
Danh mục các hình vẽ	v
Phần mở đầu	1
1 Một số kiến thức chuẩn bị	3
1.1 Tích ngoài hai vectơ trong mặt phẳng	3
1.1.1 Định nghĩa	3
1.1.2 Tính chất	3
1.1.3 Biểu thức tọa độ của tích ngoài hai vectơ	4
1.1.4 Mối quan hệ giữa tích ngoài và tích vô hướng của hai vectơ	4
1.1.5 Diện tích của tam giác	4
1.1.6 Diện tích của hình bình hành	4
1.1.7 Diện tích của tứ giác	5
1.2 Tích ngoài ba vectơ trong không gian	5
1.2.1 Định nghĩa	5
1.2.2 Tính chất	5
1.2.3 Biểu thức xác định của tích ngoài ba vectơ	6
1.2.4 Điều kiện đồng phẳng của ba vectơ khác vectơ không	7
1.2.5 Tích ngoài ba vectơ trong hình học Euclid	7
1.2.6 Thể tích hình hộp	9

2	Vận dụng tích ngoài hai vectơ để giải quyết một số bài toán trong hình học phẳng	11
2.1	Ứng dụng của tích ngoài hai vectơ trong mặt phẳng	11
2.1.1	Hệ thức giữa ba vectơ bất kì	11
2.1.2	Công thức cộng cung trong lượng giác	12
2.1.3	Đường thẳng, giao điểm của hai đường thẳng	12
2.1.4	Điều kiện đồng quy của ba đường thẳng	13
2.1.5	Định lý Ceva	14
2.2	Một số ví dụ minh họa ứng dụng của tích ngoài hai vectơ trong quá trình giải toán hình học phẳng	15
3	Vận dụng tích ngoài ba vectơ để giải quyết một số bài toán hình học không gian	25
3.1	Ứng dụng của tích ngoài ba vectơ trong không gian	25
3.1.1	Thể tích hình tứ diện	25
3.1.2	Điều kiện đồng phẳng cho bốn điểm	26
3.1.3	Phương trình mặt phẳng trong hình học Euclid	27
3.1.4	Định lý Thales trong không gian	28
3.2	Một số ví dụ minh họa ứng dụng của tích ngoài ba vectơ trong quá trình giải toán hình học không gian	29
	Kết luận	55
	Tài liệu tham khảo	57

Lời cảm ơn

Luận văn này được thực hiện tại trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên và hoàn thành dưới sự hướng dẫn của Phó Giáo sư - Tiến sĩ Trịnh Thanh Hải. Tác giả xin trân trọng bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc tới thầy, người đã tận tình chỉ bảo, hướng dẫn, động viên khích lệ và tạo điều kiện thuận lợi cho tác giả trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu luận văn.

Qua bản luận văn này, tác giả xin gửi lời cảm ơn tới Ban Giám hiệu trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, Ban chủ nhiệm khoa Toán - Tin, cùng các giảng viên đã tham gia giảng dạy và tạo mọi điều kiện tốt nhất để tác giả học tập và nghiên cứu trong suốt thời gian qua.

Tác giả cũng xin cảm ơn gia đình, bạn bè, đồng nghiệp và tất cả mọi người đã quan tâm, động viên và giúp đỡ để tác giả có thể hoàn thành luận văn của mình.

Tác giả xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, ngày ... tháng ... năm 2020

Tác giả luận văn

Phạm Ngọc Thành

Danh mục các ký hiệu, các chữ viết tắt

(\vec{a}, \vec{b})	Góc lượng giác giữa hai véc tơ \vec{a}, \vec{b} .
(a, b)	Góc giữa hai đường thẳng a, b .
$S_{[XYZ]}$	Diện tích đại số của $\triangle XYZ$.
S_{XYZ}	Diện tích hình học của $\triangle XYZ$.
$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b} (\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b})$	Hai véc tơ \vec{a}, \vec{b} cùng hướng (ngược hướng).
$\vec{a} \parallel \vec{b}$	Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng phương.
VTCP	Vectơ chỉ phương.
VTPT	Vectơ pháp tuyến.
BDT	Bất đẳng thức.

Danh mục các hình vẽ

Hình 1:.....	8
Hình 2:.....	8
Hình 3:.....	9
Hình 4:.....	14
Hình 5:.....	15
Hình 6:.....	16
Hình 7:.....	17
Hình 8:.....	18
Hình 9:.....	19
Hình 10:.....	20
Hình 11:.....	22
Hình 12:.....	23
Hình 13:.....	26
Hình 14:.....	28
Hình 15:.....	29
Hình 16:.....	30
Hình 17:.....	31
Hình 18:.....	35
Hình 19:.....	36
Hình 20:.....	37
Hình 21:.....	38
Hình 22:.....	39
Hình 23:.....	40
Hình 24:.....	41
Hình 25:.....	42

Hình 26:.....	45
Hình 27:.....	46
Hình 28:.....	47
Hình 29:.....	48
Hình 30:.....	49
Hình 31:.....	50
Hình 32:.....	50
Hình 33:.....	51

Mở đầu

1. Lý do chọn đề tài

Trong chương trình giáo dục trung học phổ thông đối với môn toán, nội dung tích ngoài của vectơ, mà cụ thể là tích ngoài của hai vectơ trong mặt phẳng, tích ngoài của ba vectơ trong không gian chưa được đưa vào giảng dạy mà các nội dung này chỉ được đề cập đến trong chương trình môn toán dành cho học sinh chuyên toán.

Trong các đề thi học sinh giỏi, có rất nhiều bài liên quan đến tích ngoài của hai vectơ trong mặt phẳng, tích ngoài của ba vectơ trong không gian.

Xuất phát từ thực tế trên, với mong muốn đưa ra một cách hệ thống kiến thức về tích ngoài hai vectơ trong mặt phẳng, tích ngoài ba vectơ trong không gian và ứng dụng khái niệm, tính chất của tích ngoài hai vectơ trong mặt phẳng, tích ngoài ba vectơ trong không gian để giải một số bài toán, tác giả đã lựa chọn đề tài "**Tích ngoài của ba vectơ trong không gian và ứng dụng**".

2. Mục đích nghiên cứu

Tìm hiểu và trình bày một cách hệ thống về tích ngoài hai vectơ trong mặt phẳng và tích ngoài của ba vectơ trong không gian. Đồng thời trình bày ứng dụng của tích ngoài của hai vectơ trong mặt phẳng, tích ngoài của ba vectơ trong không gian.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

Luận văn có nhiệm vụ:

a. Tìm hiểu về tích ngoài hai vectơ trong mặt phẳng: Định nghĩa, tính chất, biểu thức tọa độ tích ngoài hai vectơ, mối quan hệ giữa tích ngoài và tích vô hướng của hai vectơ, diện tích tam giác, diện tích hình bình hành, diện tích tứ giác

b. Tìm hiểu về tích ngoài ba vectơ trong không gian: Định nghĩa, tính chất, biểu thức xác định của tích ngoài ba vectơ, điều kiện đồng phẳng của ba vectơ, tích ngoài ba vectơ trong hình học Euclid, thể tích hình hộp

c. Tìm hiểu về ứng dụng tích ngoài hai vectơ trong mặt phẳng và tích ngoài của ba vectơ trong không gian

d. Sư tầm một số bài toán hình học phẳng, hình học không gian trong các đề thi tuyển sinh Đại học, Cao Đẳng; đề thi THPT Quốc Gia; đề thi chọn học sinh giỏi trong nước và Quốc tế có thể khai thác tính chất tích ngoài hai vectơ, tích ngoài của ba vectơ để giải. Sau đó đưa ra lời giải các bài toán đó

4. Nội dung luận văn

Ngoài phần mở đầu, kết luận, tài liệu tham khảo luận văn được trình bày trong ba chương:

Chương 1. Một số kiến thức chuẩn bị.

Chương 2. Vận dụng tích ngoài hai vectơ để vào giải quyết một số bài toán hình học phẳng.

Chương 3. Vận dụng tích ngoài ba vectơ vào giải một số bài toán hình học không gian.

Một cách cụ thể, luận văn sẽ trình bày các kết quả chính ở các tài liệu tham khảo [1].